3. előadás

Asszociatív adatszerkezetek

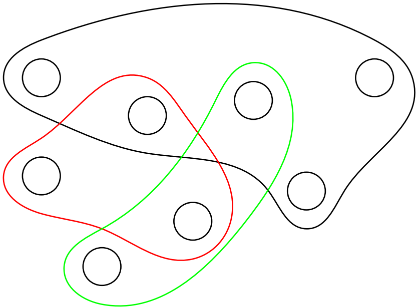
Asszociatív adatszerkezetek, a tömb, háromszögmátrixok és ritka mátrixok

Adatszerkezetek és algoritmusok előadás
2018. február 20.

Kósa Márk, Pánovics János és Szathmáry László
Debreceni Egyetem
Informatikai Kar

Asszociatív adatszerkezetek

Az asszociatív adatszerkezetek olyan adatszerkezetek, amelyekből bizonyos adott feltételeknek eleget tevő részhalmazokat választhatunk ki. A legfontosabb művelet tehát a részhalmaz kiválasztásának, a részhalmazképzésnek a művelete.



A részhalmazok – ahogy az ábrán is látható – átfedhetik egymást. Egyes esetekben a részhalmazok egyeleműek, máskor akárhány eleműek lehetnek.

A tömb adatszerkezet

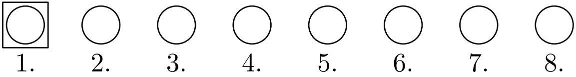
Statikus, homogén és asszociatív adatszerkezet. A felépítése definiálja: benne az adatelemek egymáshoz viszonyított helyzete a lényeges.

A tömb bármelyik eleme egész számok sorozatán keresztül érhető el. Minden adatelemhez különböző egészszám-sorozat tartozik, így az asszociativitást biztosító részhalmazok egyeleműek és diszjunktak. A számsorozat számait indexeknek nevezzük, segítségükkel tudjuk az adatelemet kiválasztani. Az indexek darabszámát a tömb dimenziójának hívjuk.

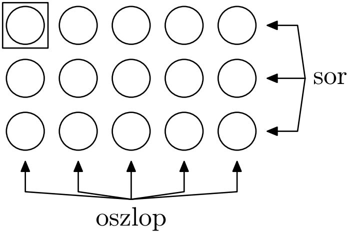
Ha mást nem mondunk, a tömb elemeinek az indexelése mindegyik dimenzióban 1-től indul.

A tömb adatszerkezet

A legegyszerűbb eset: egydimenziós tömb (vektor[1]).



Kétdimenziós tömb (mátrix).



Léteznek magasabb dimenziójú tömbök is. A dimenziók száma tetszőlegesen nagy lehet, de mindig véges.

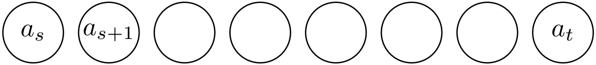
[1] A vektor szó minden egyéb jelző nélküli használatakor statikus, egydimenziós tömbre gondolunk.

Tömbökkel végezhető műveletek

- Létrehozás: rögzítjük a dimenziók számát és az indextartományokat. Ezzel egyben meghatározzuk a tömb elemszámát is. A szerkezet kialakításával párhuzamosan elemeket is elhelyezhetünk a tömbben.
- Bővítés: nincs, ugyanis a tömb statikus.
- Csere:
  - bármely (létező) elem értékét felülírhatjuk egy új értékkel
  - elhelyezhetünk elemet oda, ahová a létrehozáskor nem tettünk
- Törlés: csak logikai.
- Elérés: az adatelemek elérése közvetlen, az indexek segítségével.
- Rendezés: egydimenziós tömbök esetén értelmezhető, ott bármelyik rendezési algoritmus alkalmazható.
- Keresés: reprezentációfüggő művelet, egydimenziós tömbök esetén nagy a jelentősége, ott bármelyik keresési algoritmus alkalmazható.
- Bejárás: többdimenziós tömbök esetén reprezentációfüggő művelet (lásd később).
- A feldolgozás alapja a közvetlen elérés.

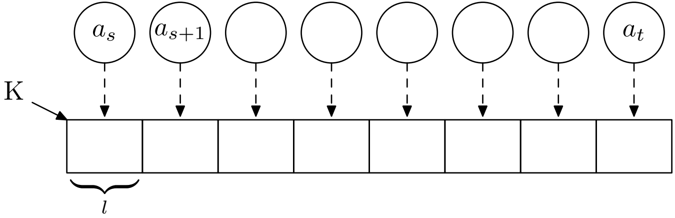
Tömbök folytonos reprezentációja

Az $A[s..t]$ egydimenziós tömb leképezése:



Tömbök folytonos reprezentációja

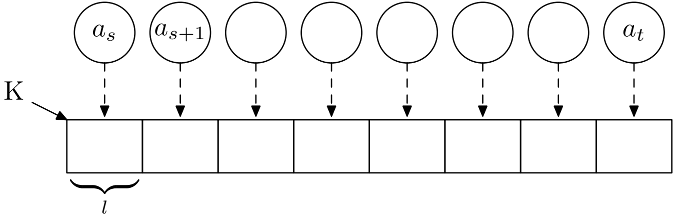
Az $A[s..t]$ egydimenziós tömb leképezése:



A tároláshoz szükséges tárterület mérete: $\ell \cdot (t - s + 1)$ bájt, ahol ℓ az egy adatelem tárolásához szükséges tárhely mérete.

Tömbök folytonos reprezentációja

Az $A[s..t]$ egydimenziós tömb leképezése:

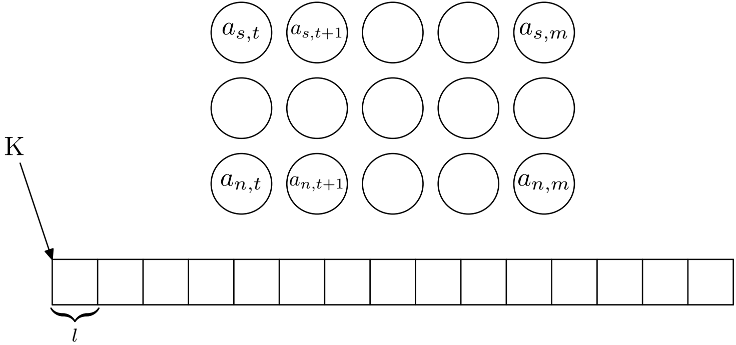


A tároláshoz szükséges tárterület mérete: $\ell \cdot (t - s + 1)$ bájt, ahol ℓ az egy adatelem tárolásához szükséges tárhely mérete. Ha ismerjük a tárterület kezdőcímét (K), akkor a következő címfüggvény segítségével bármely elem tárbeli címe meghatározható:

$$\text{az } i \text{ indexű elem címe} = K + \ell \cdot (i - s)$$

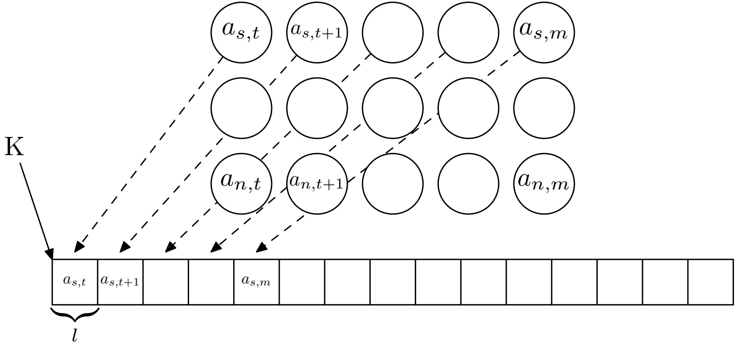
Tömbök folytonos reprezentációja

Az $A[s..n, t..m]$ kétdimenziós tömb leképezése történhet sorfolytonosan (lásd az ábrán) vagy oszlopfolytonosan.



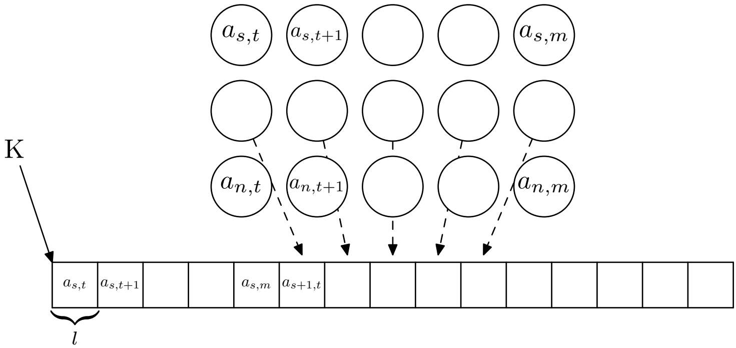
Tömbök folytonos reprezentációja

Az $A[s..n, t..m]$ kétdimenziós tömb leképezése történhet sorfolytonosan (lásd az ábrán) vagy oszlopfolytonosan.



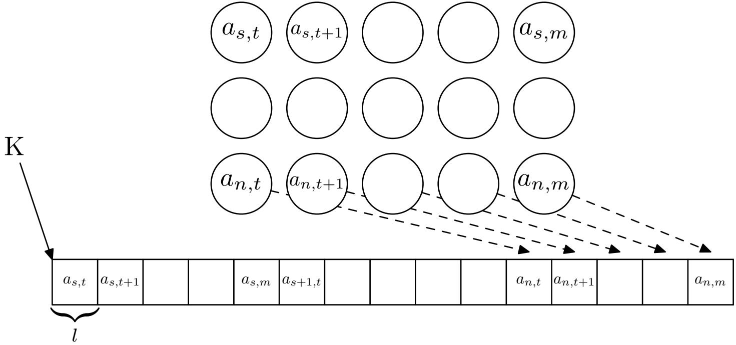
Tömbök folytonos reprezentációja

Az $A[s..n, t..m]$ kétdimenziós tömb leképezése történhet sorfolytonosan (lásd az ábrán) vagy oszlopfolytonosan.



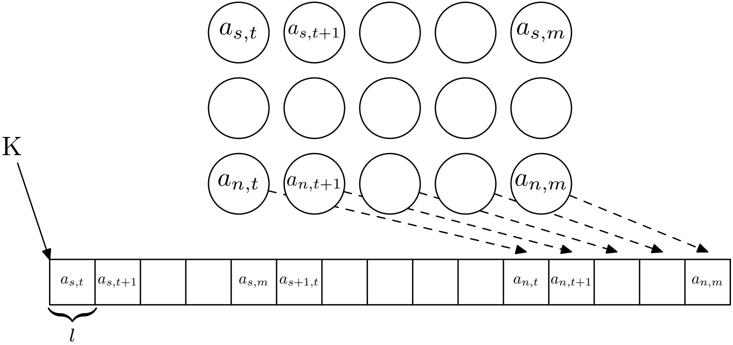
Tömbök folytonos reprezentációja

Az $A[s..n, t..m]$ kétdimenziós tömb leképezése történhet sorfolytonosan (lásd az ábrán) vagy oszlopfolytonosan.



Tömbök folytonos reprezentációja

Az $A[s..n, t..m]$ kétdimenziós tömb leképezése történhet sorfolytonosan (lásd az ábrán) vagy oszlopfolytonosan.



Sorfolytonos tárolás esetén ha ismerjük a tárterület kezdőcímét (K), akkor a következő címfüggvény segítségével bármely elem tárbeli címe meghatározható:

az (i, j) indexű elem címe $= K + \ell \cdot (i - s) \cdot (m - t + 1) + \ell \cdot (j - t)$

Tömbök folytonos reprezentációja

Kósa Márk
Pánovics János
Szathmáry László

Az $A[s_1..n_1, s_2..n_2, \ldots, s_d..n_d]$ d dimenziós tömb sorfolytonos leképezése esetén a címfüggvény a következő (K továbbra is a tárterület kezdőcímét, ℓ pedig az egy adatelem tárolásához szükséges tárhely méretét jelöli):

$$\text{az } (x_1, x_2, \ldots, x_d) \text{ indexű elem címe} =$$

$$= K + \ell \cdot \sum_{i=1}^{d} \left((x_i - s_i) \cdot \prod_{j=i+1}^{d} (n_j - s_j + 1) \right)$$

Háromszögmátrixok

A háromszögmátrixok négyzetes (kvadratikus) mátrixok.

$$\begin{matrix} a_{1,1} & a_{1,2} & a_{1,3} & \cdots & a_{1,n} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & a_{2,3} & \cdots & a_{2,n} \\ a_{3,1} & a_{3,2} & a_{3,3} & \cdots & a_{3,n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n,1} & a_{n,2} & a_{n,3} & \cdots & a_{n,n} \end{matrix}$$

Kétfajta háromszögmátrixot szoktunk megkülönböztetni:

- a felsőháromszög-mátrixot és
- az alsóháromszög-mátrixot.

Háromszögmátrixok

A háromszögmátrixok négyzetes (kvadratikus) mátrixok.

$$\begin{matrix} a_{1,1} & a_{1,2} & a_{1,3} & \cdots & a_{1,n} \\ 0 & a_{2,2} & a_{2,3} & \cdots & a_{2,n} \\ 0 & 0 & a_{3,3} & \cdots & a_{3,n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a_{n,n} \end{matrix}$$

Az olyan négyzetes mátrixot, amelynek főátlója alatt csupa 0 elem található, felsőháromszög-mátrixnak nevezzük.

Háromszögmátrixok

A háromszögmátrixok négyzetes (kvadratikus) mátrixok.

$$
\begin{matrix}
a_{1,1} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\
a_{2,1} & a_{2,2} & 0 & \cdots & 0 \\
a_{3,1} & a_{3,2} & a_{3,3} & \cdots & 0 \\
\vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
a_{n,1} & a_{n,2} & a_{n,3} & \cdots & a_{n,n}
\end{matrix}
$$

Ha a négyzetes mátrix főátlója fölött lévő elemek mindegyikének értéke 0, akkor alsóháromszög-mátrixról beszélünk.

Kósa Márk
Pánovics János
Szathmáry László

Háromszögmátrixok folytonos reprezentációja

A négyzetes mátrixokkal szemben, ahol az értékes elemek száma n^2, a háromszögmátrixoknál az értékes elemek száma csupán

$$\frac{n \cdot (n+1)}{2}.$$

Az értékes elemeket emiatt – sor- vagy oszlopfolytonosan – egy $\frac{n \cdot (n+1)}{2}$ elemű V vektorra szoktuk leképezni.

Felsőháromszög-mátrixok folytonos reprezentációja

A felsőháromszög-mátrix értékes elemeit (a főátló elemeit és a fölötte elhelyezkedő elemeket) oszlopfolytonosan célszerű leképezni egy $\frac{n \cdot (n+1)}{2}$ elemű V vektorra:

$$
\begin{matrix}
a_{1,1} & a_{1,2} & a_{1,3} & \cdots & a_{1,n} \\
0 & a_{2,2} & a_{2,3} & \cdots & a_{2,n} \\
0 & 0 & a_{3,3} & \cdots & a_{3,n} \\
\vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
0 & 0 & 0 & \cdots & a_{n,n}
\end{matrix}
$$

Felsőháromszög-mátrixok folytonos reprezentációja

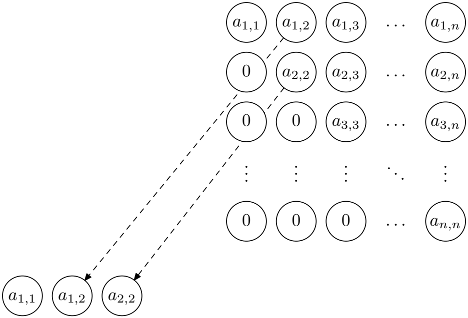
A felsőháromszög-mátrix értékes elemeit (a főátló elemeit és a fölötte elhelyezkedő elemeket) oszlopfolytonosan célszerű leképezni egy $\frac{n \cdot (n+1)}{2}$ elemű V vektorra:

$$\begin{matrix} a_{1,1} & a_{1,2} & a_{1,3} & \cdots & a_{1,n} \\ 0 & a_{2,2} & a_{2,3} & \cdots & a_{2,n} \\ 0 & 0 & a_{3,3} & \cdots & a_{3,n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a_{n,n} \end{matrix}$$

$$a_{1,1}$$

Felsőháromszög-mátrixok folytonos reprezentációja

A felsőháromszög-mátrix értékes elemeit (a főátló elemeit és a fölötte elhelyezkedő elemeket) oszlopfolytonosan célszerű leképezni egy $\frac{n \cdot (n+1)}{2}$ elemű V vektorra:



Felsőháromszög-mátrixok folytonos reprezentációja

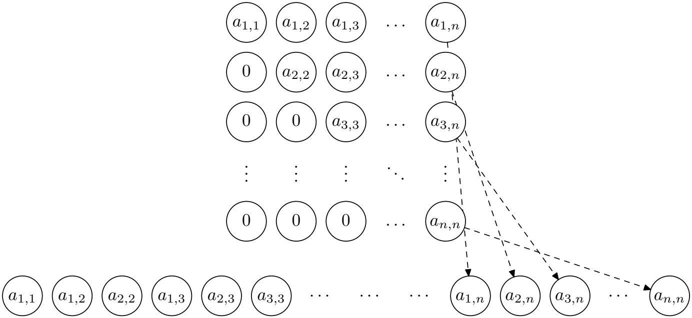
A felsőháromszög-mátrix értékes elemeit (a főátló elemeit és a fölötte elhelyezkedő elemeket) oszlopfolytonosan célszerű leképezni egy $\frac{n\cdot(n+1)}{2}$ elemű V vektorra:

$$
\begin{matrix}
a_{1,1} & a_{1,2} & a_{1,3} & \cdots & a_{1,n} \\
0 & a_{2,2} & a_{2,3} & \cdots & a_{2,n} \\
0 & 0 & a_{3,3} & \cdots & a_{3,n} \\
\vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
0 & 0 & 0 & \cdots & a_{n,n}
\end{matrix}
$$

$$
\begin{matrix}
a_{1,1} & a_{1,2} & a_{2,2} & a_{1,3} & a_{2,3} & a_{3,3}
\end{matrix}
$$

Felsőháromszög-mátrixok folytonos reprezentációja

A felsőháromszög-mátrix értékes elemeit (a főátló elemeit és a fölötte elhelyezkedő elemeket) oszlopfolytonosan célszerű leképezni egy $\frac{n \cdot (n+1)}{2}$ elemű V vektorra:



Felsőháromszög-mátrixok folytonos reprezentációja

A felsőháromszög-mátrix értékes elemeit (a főátló elemeit és a fölötte elhelyezkedő elemeket) oszlopfolytonosan célszerű leképezni egy $\frac{n\cdot(n+1)}{2}$ elemű V vektorra:

$$\begin{matrix} a_{1,1} & a_{1,2} & a_{1,3} & \dots & a_{1,n} \\ 0 & a_{2,2} & a_{2,3} & \dots & a_{2,n} \\ 0 & 0 & a_{3,3} & \dots & a_{3,n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a_{n,n} \end{matrix}$$

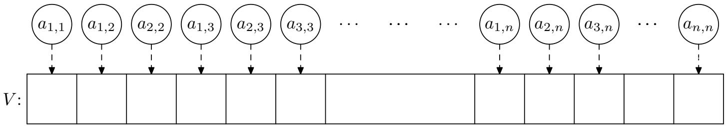
$$\begin{matrix} a_{1,1} & a_{1,2} & a_{2,2} & a_{1,3} & a_{2,3} & a_{3,3} & \cdots & \cdots & \cdots & a_{1,n} & a_{2,n} & a_{3,n} & \cdots & a_{n,n} \end{matrix}$$

Kósa Márk
Pánovics János
Szathmáry László

Felsőháromszög-mátrixok folytonos reprezentációja

A felsőháromszög-mátrix értékes elemeit (a főátló elemeit és a fölötte elhelyezkedő elemeket) oszlopfolytonosan célszerű leképezni egy $\frac{n \cdot (n+1)}{2}$ elemű V vektorra:

$$\begin{matrix} a_{1,1} & a_{1,2} & a_{1,3} & \cdots & a_{1,n} \\ 0 & a_{2,2} & a_{2,3} & \cdots & a_{2,n} \\ 0 & 0 & a_{3,3} & \cdots & a_{3,n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a_{n,n} \end{matrix}$$



Felsőháromszög-mátrixok folytonos reprezentációja

A felsőháromszög-mátrix értékes elemeit (a főátló elemeit és a fölötte elhelyezkedő elemeket) oszlopfolytonosan célszerű leképezni egy $\frac{n\cdot(n+1)}{2}$ elemű V vektorra:

$$\begin{matrix} a_{1,1} & a_{1,2} & a_{1,3} & \cdots & a_{1,n} \\ 0 & a_{2,2} & a_{2,3} & \cdots & a_{2,n} \\ 0 & 0 & a_{3,3} & \cdots & a_{3,n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a_{n,n} \end{matrix}$$

	1.	2.	3.	4.	5.	6.				$\frac{(n-1)\cdot n}{2}+1$				$\frac{(n-1)\cdot n}{2}+n$
V:	$a_{1,1}$	$a_{1,2}$	$a_{2,2}$	$a_{1,3}$	$a_{2,3}$	$a_{3,3}$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$a_{1,n}$	$a_{2,n}$	$a_{3,n}$	$\cdots$	$a_{n,n}$

Felsőháromszög-mátrixok folytonos reprezentációja

A V vektorból a következő képlet segítségével kaphatjuk vissza az eredeti mátrix (i, j) indexű elemének az értékét:

$$a_{i,j} = \begin{cases} 0, & \text{ha } i > j \\ V_t, & \text{egyébként, ahol } t = \frac{j\cdot(j-1)}{2} + i \end{cases}$$

Ritka mátrixok

A ritka mátrixok olyan (általában nagyméretű) mátrixok, amelyekben a legtöbb elem értéke ugyanaz (általában 0). Az ettől eltérő értékkel rendelkező elemeket ritka elemeknek nevezzük.

$$
\begin{matrix}
1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 6 \\
0 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2
\end{matrix}
$$

Ritka mátrixok folytonos reprezentációja

Helytakarékossági okból a ritka mátrixnak csak az értékes elemeit (a ritka elemeket), valamint azok sor- és oszlopindexeit célszerű tárolni három vektorban, mégpedig a sorindexek, azon belül pedig az oszlopindexek szerint növekvő sorrendben. Ezt a módszert 3 soros reprezentációnak nevezzük:

$$
\begin{array}{c|cccccc}
 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\
\hline
1 & 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 6 \\
2 & 0 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{rcl}
 & & \begin{array}{ccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{array} \\
\mathrm{SOR} & = & (1,\ 1,\ 1,\ 2,\ 5) \\
\mathrm{OSZLOP} & = & (1,\ 2,\ 6,\ 2,\ 6) \\
\text{ÉRTÉK} & = & (1,\ 2,\ 6,\ 4,\ 2)
\end{array}
$$

Ritka mátrixok folytonos reprezentációja

A 3 soros reprezentáció létrehozása

Az algoritmus bemenete az A $m \times n$-es mátrix, kimenete: k, SOR, $OSZLOP$, $ÉRTÉK$.

```
procedure LÉTREHOZÁS(A)
    k ← 0
    for i ← 1 to m do
        for j ← 1 to n do
            if A[i, j] ≠ 0 then
                k ← k + 1
                SOR[k] ← i
                OSZLOP[k] ← j
                ÉRTÉK[k] ← A[i, j]
            end if
        end for
    end for
end procedure
```

Kósa Márk
Pánovics János
Szathmáry László

Ritka mátrixok folytonos reprezentációja

Elérés a 3 soros reprezentációban

Az algoritmus bemenete: k, SOR, $OSZLOP$, $ÉRTÉK$, i, j, kimenete a mátrix (i, j) indexű elemének az értéke.

```
function ELÉRÉS(k, SOR, OSZLOP, ÉRTÉK, i, j)
    for ℓ ← 1 to k do
        if SOR[ℓ] = i then
            if OSZLOP[ℓ] = j then
                return ÉRTÉK[ℓ]
            end if
            if OSZLOP[ℓ] > j then
                return 0
            end if
        end if
        if SOR[ℓ] > i then
            return 0
        end if
    end for
    return 0
end function
```

Ritka mátrixok folytonos reprezentációja

A 3 soros reprezentáció nem segíti a ritka mátrix oszlopfolytonos feldolgozását, ezért bevezethetünk egy negyedik vektort, amelynek az elemei az aktuális ritka elem oszlopában található következő ritka elem reprezentációbeli indexét adják meg. Ezt a módszert 4 soros reprezentációnak nevezzük:

$$\begin{array}{c|cccccc} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ \hline 1 & 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 6 \\ 2 & 0 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{rl} & \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \\ \mathrm{SOR} = & (1,\ 1,\ 1,\ 2,\ 5) \\ \mathrm{OSZLOP} = & (1,\ 2,\ 6,\ 2,\ 6) \\ \mathrm{ÉRTÉK} = & (1,\ 2,\ 6,\ 4,\ 2) \\ \mathrm{KÖVINDEX} = & (0 \qquad\qquad\quad) \end{array}$$

Ritka mátrixok folytonos reprezentációja

A 3 soros reprezentáció nem segíti a ritka mátrix oszlopfolytonos feldolgozását, ezért bevezethetünk egy negyedik vektort, amelynek az elemei az aktuális ritka elem oszlopában található következő ritka elem reprezentációbeli indexét adják meg. Ezt a módszert 4 soros reprezentációnak nevezzük:

$$
\begin{array}{c|cccccc}
 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\
\hline
1 & 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 6 \\
2 & 0 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{rcl}
 & & \;\;1\;\;\;2\;\;\;3\;\;\;4\;\;\;5 \\
\mathrm{SOR} & = & (1, 1, 1, 2, 5) \\
\mathrm{OSZLOP} & = & (1, 2, 6, 2, 6) \\
\mathrm{\acute{E}RT\acute{E}K} & = & (1, 2, 6, 4, 2) \\
\mathrm{K\ddot{O}VINDEX} & = & (0, 4 \qquad\qquad)
\end{array}
$$

Ritka mátrixok folytonos reprezentációja

A 3 soros reprezentáció nem segíti a ritka mátrix oszlopfolytonos feldolgozását, ezért bevezethetünk egy negyedik vektort, amelynek az elemei az aktuális ritka elem oszlopában található következő ritka elem reprezentációbeli indexét adják meg. Ezt a módszert 4 soros reprezentációnak nevezzük:

$$
\begin{array}{c|cccccc}
 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\
\hline
1 & 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 6 \\
2 & 0 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{rcl}
 & & \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \\
\mathrm{SOR} & = & (1,\ 1,\ 1,\ 2,\ 5) \\
\mathrm{OSZLOP} & = & (1,\ 2,\ 6,\ 2,\ 6) \\
\mathrm{ÉRTÉK} & = & (1,\ 2,\ 6,\ 4,\ 2) \\
\mathrm{KÖVINDEX} & = & (0,\ 4,\ 5,\ \ \ \ \ \ \ )
\end{array}
$$

Ritka mátrixok folytonos reprezentációja

A 3 soros reprezentáció nem segíti a ritka mátrix oszlopfolytonos feldolgozását, ezért bevezethetünk egy negyedik vektort, amelynek az elemei az aktuális ritka elem oszlopában található következő ritka elem reprezentációbeli indexét adják meg. Ezt a módszert 4 soros reprezentációnak nevezzük:

$$\begin{array}{c|cccccc} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ \hline 1 & 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 6 \\ 2 & 0 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{rl} & \quad\;\; 1 \;\;\, 2 \;\;\, 3 \;\;\, 4 \;\;\, 5 \\ \text{SOR} = & (1,\ 1,\ 1,\ 2,\ 5) \\ \text{OSZLOP} = & (1,\ 2,\ 6,\ 2,\ 6) \\ \text{ÉRTÉK} = & (1,\ 2,\ 6,\ 4,\ 2) \\ \text{KÖVINDEX} = & (0,\ 4,\ 5,\ 0\ \ \ ) \end{array}$$

Ritka mátrixok folytonos reprezentációja

A 3 soros reprezentáció nem segíti a ritka mátrix oszlopfolytonos feldolgozását, ezért bevezethetünk egy negyedik vektort, amelynek az elemei az aktuális ritka elem oszlopában található következő ritka elem reprezentációbeli indexét adják meg. Ezt a módszert 4 soros reprezentációnak nevezzük:

$$\begin{array}{c|cccccc} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ \hline 1 & 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 6 \\ 2 & 0 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} & & \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \\ \text{SOR} & = & (1,\ 1,\ 1,\ 2,\ 5) \\ \text{OSZLOP} & = & (1,\ 2,\ 6,\ 2,\ 6) \\ \text{ÉRTÉK} & = & (1,\ 2,\ 6,\ 4,\ 2) \\ \text{KÖVINDEX} & = & (0,\ 4,\ 5,\ 0,\ 0) \end{array}$$

Kósa Márk
Pánovics János
Szathmáry László

Ritka mátrixok folytonos reprezentációja

Ahhoz, hogy ne kelljen keresnünk az egyes sorok és oszlopok első ritka elemét, a 4 soros reprezentációt kiegészíthetjük még két vektorral, amelyeknek az elemei a megfelelő sor, illetve oszlop első ritka elemének a reprezentációbeli indexét adják meg. Ezt a módszert 4+2 soros reprezentációnak nevezzük:

$$
\begin{array}{c|cccccc}
 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\
\hline
1 & 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 6 \\
2 & 0 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{rcl}
 & & \;\;1\;\;\;2\;\;\;3\;\;\;4\;\;\;5 \\
\mathrm{SOR} & = & (1, 1, 1, 2, 5) \\
\mathrm{OSZLOP} & = & (1, 2, 6, 2, 6) \\
\text{ÉRTÉK} & = & (1, 2, 6, 4, 2) \\
\text{KÖVINDEX} & = & (0, 4, 5, 0, 0) \\
\mathrm{S} & = & (1 \qquad\qquad)
\end{array}
$$

Ritka mátrixok folytonos reprezentációja

Ahhoz, hogy ne kelljen keresnünk az egyes sorok és oszlopok első ritka elemét, a 4 soros reprezentációt kiegészíthetjük még két vektorral, amelyeknek az elemei a megfelelő sor, illetve oszlop első ritka elemének a reprezentációbeli indexét adják meg. Ezt a módszert 4+2 soros reprezentációnak nevezzük:

$$\begin{array}{c|cccccc} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ \hline 1 & 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 6 \\ 2 & 0 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} & & \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \\ \text{SOR} & = & (1,\ 1,\ 1,\ 2,\ 5) \\ \text{OSZLOP} & = & (1,\ 2,\ 6,\ 2,\ 6) \\ \text{ÉRTÉK} & = & (1,\ 2,\ 6,\ 4,\ 2) \\ \text{KÖVINDEX} & = & (0,\ 4,\ 5,\ 0,\ 0) \end{array}$$

$$\text{S} = (1,\ 4 \qquad\qquad)$$

Ritka mátrixok folytonos reprezentációja

Ahhoz, hogy ne kelljen keresnünk az egyes sorok és oszlopok első ritka elemét, a 4 soros reprezentációt kiegészíthetjük még két vektorral, amelyeknek az elemei a megfelelő sor, illetve oszlop első ritka elemének a reprezentációbeli indexét adják meg. Ezt a módszert 4+2 soros reprezentációnak nevezzük:

$$\begin{array}{c|cccccc} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ \hline 1 & 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 6 \\ 2 & 0 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} & & \quad 1 \;\; 2 \;\; 3 \;\; 4 \;\; 5 \\ \mathrm{SOR} & = & (1, 1, 1, 2, 5) \\ \mathrm{OSZLOP} & = & (1, 2, 6, 2, 6) \\ \text{ÉRTÉK} & = & (1, 2, 6, 4, 2) \\ \text{KÖVINDEX} & = & (0, 4, 5, 0, 0) \\ \mathrm{S} & = & (1, 4, 0, 0 \quad) \end{array}$$

Ritka mátrixok folytonos reprezentációja

Ahhoz, hogy ne kelljen keresnünk az egyes sorok és oszlopok első ritka elemét, a 4 soros reprezentációt kiegészíthetjük még két vektorral, amelyeknek az elemei a megfelelő sor, illetve oszlop első ritka elemének a reprezentációbeli indexét adják meg. Ezt a módszert 4+2 soros reprezentációnak nevezzük:

$$
\begin{array}{c|cccccc}
 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\
\hline
1 & 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 6 \\
2 & 0 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{rcl}
 & & \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \\
\text{SOR} & = & (1,\ 1,\ 1,\ 2,\ 5) \\
\text{OSZLOP} & = & (1,\ 2,\ 6,\ 2,\ 6) \\
\text{ÉRTÉK} & = & (1,\ 2,\ 6,\ 4,\ 2) \\
\text{KÖVINDEX} & = & (0,\ 4,\ 5,\ 0,\ 0) \\
\\
\text{S} & = & (1,\ 4,\ 0,\ 0,\ 5)
\end{array}
$$

Ritka mátrixok folytonos reprezentációja

Ahhoz, hogy ne kelljen keresnünk az egyes sorok és oszlopok első ritka elemét, a 4 soros reprezentációt kiegészíthetjük még két vektorral, amelyeknek az elemei a megfelelő sor, illetve oszlop első ritka elemének a reprezentációbeli indexét adják meg. Ezt a módszert 4+2 soros reprezentációnak nevezzük:

$$\begin{array}{c|cccccc} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ \hline 1 & 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 6 \\ 2 & 0 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{rl} & \quad 1 \;\; 2 \;\; 3 \;\; 4 \;\; 5 \\ \text{SOR} = & (1, 1, 1, 2, 5) \\ \text{OSZLOP} = & (1, 2, 6, 2, 6) \\ \text{ÉRTÉK} = & (1, 2, 6, 4, 2) \\ \text{KÖVINDEX} = & (0, 4, 5, 0, 0) \end{array}$$

$$\begin{array}{rl} \text{S} = & (1, 4, 0, 0, 5) \\ \text{O} = & (1 \qquad\qquad\quad) \end{array}$$

Ritka mátrixok folytonos reprezentációja

Ahhoz, hogy ne kelljen keresnünk az egyes sorok és oszlopok első ritka elemét, a 4 soros reprezentációt kiegészíthetjük még két vektorral, amelyeknek az elemei a megfelelő sor, illetve oszlop első ritka elemének a reprezentációbeli indexét adják meg. Ezt a módszert 4+2 soros reprezentációnak nevezzük:

$$\begin{array}{c|cccccc}
 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\
\hline
1 & 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 6 \\
2 & 0 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2
\end{array}$$

$$\begin{array}{rcl}
 & & \;\;1\;\;\;2\;\;\;3\;\;\;4\;\;\;5 \\
\mathrm{SOR} & = & (1,\ 1,\ 1,\ 2,\ 5) \\
\mathrm{OSZLOP} & = & (1,\ 2,\ 6,\ 2,\ 6) \\
\mathrm{ÉRTÉK} & = & (1,\ 2,\ 6,\ 4,\ 2) \\
\mathrm{KÖVINDEX} & = & (0,\ 4,\ 5,\ 0,\ 0)
\end{array}$$

$$\begin{array}{rcl}
\mathrm{S} & = & (1,\ 4,\ 0,\ 0,\ 5) \\
\mathrm{O} & = & (1,\ 2\qquad\qquad\quad)
\end{array}$$

Kósa Márk
Pánovics János
Szathmáry László

Ritka mátrixok folytonos reprezentációja

Ahhoz, hogy ne kelljen keresnünk az egyes sorok és oszlopok első ritka elemét, a 4 soros reprezentációt kiegészíthetjük még két vektorral, amelyeknek az elemei a megfelelő sor, illetve oszlop első ritka elemének a reprezentációbeli indexét adják meg. Ezt a módszert 4+2 soros reprezentációnak nevezzük:

$$\begin{array}{c|cccccc} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ \hline 1 & 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 6 \\ 2 & 0 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} & & \;\;1\;\;\;2\;\;\;3\;\;\;4\;\;\;5 \\ \text{SOR} & = & (1,\ 1,\ 1,\ 2,\ 5) \\ \text{OSZLOP} & = & (1,\ 2,\ 6,\ 2,\ 6) \\ \text{ÉRTÉK} & = & (1,\ 2,\ 6,\ 4,\ 2) \\ \text{KÖVINDEX} & = & (0,\ 4,\ 5,\ 0,\ 0) \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} \text{S} & = & (1,\ 4,\ 0,\ 0,\ 5) \\ \text{O} & = & (1,\ 2,\ 0,\ 0,\ 0\quad) \end{array}$$

Kósa Márk
Pánovics János
Szathmáry László

Ritka mátrixok folytonos reprezentációja

Ahhoz, hogy ne kelljen keresnünk az egyes sorok és oszlopok első ritka elemét, a 4 soros reprezentációt kiegészíthetjük még két vektorral, amelyeknek az elemei a megfelelő sor, illetve oszlop első ritka elemének a reprezentációbeli indexét adják meg. Ezt a módszert 4+2 soros reprezentációnak nevezzük:

$$\begin{array}{c|cccccc}
 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\
\hline
1 & 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 6 \\
2 & 0 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2
\end{array}$$

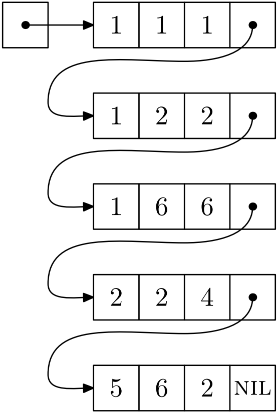
$$\begin{array}{rcl}
 & & \;\;1\;\;\; 2\;\;\; 3\;\;\; 4\;\;\; 5 \\
\mathrm{SOR} & = & (1, 1, 1, 2, 5) \\
\mathrm{OSZLOP} & = & (1, 2, 6, 2, 6) \\
\mathrm{ÉRTÉK} & = & (1, 2, 6, 4, 2) \\
\mathrm{KÖVINDEX} & = & (0, 4, 5, 0, 0)
\end{array}$$

$$\begin{array}{rcl}
\mathrm{S} & = & (1, 4, 0, 0, 5) \\
\mathrm{O} & = & (1, 2, 0, 0, 0, 3)
\end{array}$$

Ritka mátrixok szétszórt reprezentációja

A folytonos reprezentáció hátránya, hogy nem tudjuk előre, hány ritka elem van a mátrixban, így azt sem tudjuk, mekkora vektorokra lesz szükségünk. Megoldás: tároljuk a ritka elemeket és azok indexeit egy egyirányban láncolt listában sorindex, azon belül oszlopindex szerinti növekvő sorrendben!

$$
\begin{array}{c|cccccc}
 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\
\hline
1 & 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 6 \\
2 & 0 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2
\end{array}
$$



Kósa Márk
Pánovics János
Szathmáry László

Ritka mátrixok szétszórt reprezentációja

A sor- és oszlopfolytonos feldolgozást egyaránt elősegíti, ha a ritka elemeket multilistában helyezzük el:

$$
\begin{array}{c|cccccc}
 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\
\hline
1 & 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 6 \\
2 & 0 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2
\end{array}
$$

1	1	1		

1	2	2		

1	6	6		

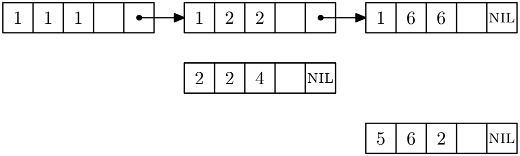
2	2	4		

5	6	2		

Ritka mátrixok szétszórt reprezentációja

A sor- és oszlopfolytonos feldolgozást egyaránt elősegíti, ha a ritka elemeket multilistában helyezzük el:

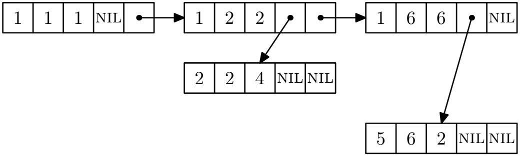
$$
\begin{array}{c|cccccc}
 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\
\hline
1 & 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 6 \\
2 & 0 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2
\end{array}
$$



Ritka mátrixok szétszórt reprezentációja

A sor- és oszlopfolytonos feldolgozást egyaránt elősegíti, ha a ritka elemeket multilistában helyezzük el:

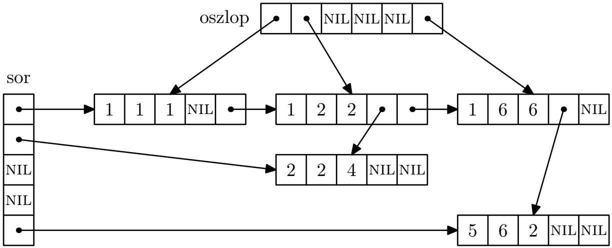
$$
\begin{array}{c|cccccc}
 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\
\hline
1 & 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 6 \\
2 & 0 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2
\end{array}
$$



Ritka mátrixok szétszórt reprezentációja

A sor- és oszlopfolytonos feldolgozást egyaránt elősegíti, ha a ritka elemeket multilistában helyezzük el:

$$\begin{array}{c|cccccc} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ \hline 1 & 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 6 \\ 2 & 0 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{array}$$



Dinamikus tömb

Általában egydimenziós tömböt értünk alatta, ekkor más szavakkal (dinamikus) vektornak is nevezzük.

- A dinamikus tömb mérete szűkebb értelemben a feldolgozás során tetszőlegesen (dinamikusan) változik. Ebben az esetben gyakorlatilag egy szekvenciális lista adatszerkezetet kapunk (lásd később).
- Tágabb értelemben fizikailag továbbra is statikus tömbről beszélünk, a logikai adatszerkezet létrehozáskor megadott elemszámát viszont később bizonyos határok között – a lefoglalt tárterület méretétől függően – módosíthatjuk. Ilyenkor a tömb végén lehetnek fel nem használt adatelemek.
- Bővítés a dinamikus tömb tetszőleges helyén végrehajtható.
- Fizikai törlés bármely elem esetén értelmezhető.
- A dinamikus tömb egyéb műveletei megegyeznek a (statikus) tömb műveleteivel.